

Lösungshinweise zum Aufgabenteil aus Kapitel 9

Aufgabe 9.A

Zu 1. Nach dem Cost of Carry-Ansatz gilt auf einem vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt:

$$\begin{aligned}F_1 &= S_1 + S_1 \cdot i + S_1 \cdot 0,01 \\ &= 360,00 \text{ US\$/Unze} \cdot 1,10 \\ &= 396,00 \text{ US\$/Unze}\end{aligned}$$

Zu 2. Ein Investor verkauft ein (überwertetes) Forward-Geschäft, kauft eine Unze Gold zu 360 US\$ pro Unze und finanziert sich diesen Kauf durch eine Geldaufnahme, die in $t = 1$ mit einer 9%igen Verzinsung zurückzuzahlen ist. Die Strategie löst in $t = 0$ keinen Zahlungsstrom aus, wogegen der Investor in $t = 1$ unabhängig vom tatsächlich eingetretenen Goldkurs einen positiven Zahlungsstrom in Höhe von 4 US\$ realisiert. Zur Verdeutlichung dieses möglichen Gewinns sind in der folgenden Tabelle die Zahlungsströme für drei mögliche Kursrealisationen beispielhaft aufgeführt.

Tabelle. Arbitrage-Strategie zur Cost of Carry; Zahlen in US\$

| Strategie | Zahlungsstrom in $t = 0$ | Zahlungsströme in $t = 1$ für | | |
|--------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------|-------------|
| | | $S_1 = 340$ | $S_1 = 400$ | $S_1 = 420$ |
| Verkauf Forward | 0 | + 60,00 | 0 | - 20,00 |
| Kauf Unze Gold | - 360,00 | + 340,00 | + 400,00 | + 420,00 |
| Lagerungskosten | | - 3,60 | - 3,60 | - 3,60 |
| Rücklage Lagerungskosten | - 3,30 | + 3,60 | + 3,60 | + 3,60 |
| Geldaufnahme | + 363,30 | - 396,00 | - 396,00 | - 396,00 |
| Summe | 0 | + 4,00 | + 4,00 | + 4,00 |

Aufgabe 9.B

Zu 1. Die Fälligkeit des DAX-Future-Kontraktes im Dezember 2004 fällt auf den 17.12.04. Demnach beträgt die Restlaufzeit des Future-Kontraktes 220 Tage. Man erhält:

$$F_{\text{Dez 04}} = 3.895,64 \cdot \left(1 + 0,0210 \cdot \frac{220}{360}\right) = 3.945,63$$

Zu 2. Der Future-Kontrakt ist unterbewertet. Diese Fehlbewertung wird mit der in der folgenden Tabelle abgetragenen Arbitrage-Strategie über den Kauf von 1,0268 DAX-Futures umgesetzt:

$$\frac{100.000 \text{ €}}{3.895,64 \cdot 25 \text{ €}} = 1,0268$$

Tabelle. Reverse Cash and Carry-Arbitrage mit DAX-Futures

| Strategie | Wert in Indexpunkten | Multiplikator | Anzahl | Euro-Wert |
|---------------|-------------------------|---------------|--------|----------------|
| Verkauf DAX | + 3.895,64 | 25 € | 1,0268 | + 100.001,08 € |
| Kauf Future | - 3.916,50 | 25 € | 1,0268 | - 100.536,56 € |
| Cost of Carry | + 49,99 | 25 € | 1,0268 | + 1.283,24 € |
| Summe | + 29,13 | 25 € | 1,0268 | + 747,77 € |

Für die Cost of Carry pro Future-Kontrakt gilt:

$$CoC = 3.895,64 \cdot 0,0210 \cdot \frac{220}{360} = 49,99$$

Zu 3. Die Basis bestimmt sich zu:

$$\text{Basis} = 3.916,50 - 3.895,64 = 20,86$$

Der unterbewertete Future-Kontrakt hat also eine negative Value-Basis:

$$\text{Value-Basis} = \text{Basis} - \text{Carry-Basis} = -29,13$$

Aufgabe 9.C

Der Dezember-Future-Kontrakt hat eine Restlaufzeit von 220, der September-Future-Kontrakt eine Restlaufzeit von 128 Tagen. Mithin beträgt die Differenz der Laufzeiten 92 Tage. Der Wert des Dezember-Kontraktes bestimmt sich relativ zum Wert des September-Kontraktes als:

$$\begin{aligned} F_{\text{Dez 04}} &= F_{\text{Sep 04}} + CoC_{\text{Sep 04 - Dez 04}} \\ &= 3.895,00 + \left(3.895,00 \cdot 0,0200 \cdot \frac{92}{360} \right) \\ &= 3.914,91 \end{aligned}$$

Der Dezember-Kontrakt ist in Relation zum September-Kontrakt überbewertet. Bei einer Korrektur der Fehlbewertung wird der Dezember-Kontrakt weniger stark steigen bzw. stärker fallen als der September-Kontrakt. Spread-Positionen werden deshalb über den Kauf von September- und den Verkauf von Dezember-Futures gebildet.

Aufgabe 9.D

Die optimale Hedge Ratio ergibt sich zu:

$$0,8 \cdot \frac{0,032}{0,040} = 0,64$$

Falls ein Heizöl-Future-Kontrakt auf 10.000 Barrel lautet, sollte das Unternehmen somit 64 Futures kaufen:

$$0,64 \cdot \frac{1.000.000}{10.000} = 64$$

Aufgabe 9.E**Zu 1.** Es gilt:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= S_1 + S_1 \cdot i + 0,12 \text{ €Unze} \\
 &= 18 \text{ €Unze} + 18 \text{ €Unze} \cdot 0,046 + 0,12 \text{ €Unze} \\
 &= 18,948 \text{ €Unze}
 \end{aligned}$$

Zu 2. Die Cost of Carry-Relation basiert auf den Prämissen eines vollkommenen und vollständigen Kapitalmarktes. Dementsprechend können beispielsweise Transaktionskosten, also Gebühren und insbesondere auch Margin-Zahlungen, eine Arbitrage-Strategie verhindern. Auch Marktzutrittsbeschränkungen, Restriktionen beim Leerverkauf und eingeschränkte Lagermöglichkeiten des Basiswertes ursächlich für eine nicht umsetzbare Arbitrage-Strategie sein.

Zu 3. Ein Investor verkauft 100 (überwertete) Futures, kauft 100 Unzen Silber zu 1.800 € und finanziert sich diesen Kauf durch eine Geldaufnahme, die in $t = 1$ mit einer 4,6%igen Verzinsung zurückzahlen ist. Die Strategie löst in $t = 0$ keinen Zahlungsstrom aus, wogegen der Investor in $t = 1$ unabhängig vom tatsächlich eingetretenen Goldkurs einen positiven Zahlungsstrom in Höhe von 5,20 € (= 0,052 € pro Unze Silber) realisiert.

Tabelle. Arbitrage-Strategie zur Cost of Carry; Zahlen in €

| Strategie | Zahlungsstrom in $t = 0$ | Zahlungsströme in $t = 1$ für | | |
|--------------------------|-----------------------------|-------------------------------|------------|------------|
| | | $S_1 = 18$ | $S_1 = 19$ | $S_1 = 20$ |
| Verkauf 100 Futures | 0 | + 100,00 | 0 | - 100,00 |
| Kauf 100 Unzen Silber | - 1.800,00 | + 1.800,00 | + 1.900,00 | + 2.000,00 |
| Lagerungskosten | | - 12,00 | - 12,00 | - 12,00 |
| Rücklage Lagerungskosten | - 11,47 | + 12,00 | + 12,00 | + 12,00 |
| Geldaufnahme | + 1.811,47 | - 1.894,80 | - 1.894,80 | - 1.894,80 |
| Summe | 0 | + 5,20 | + 5,20 | + 5,20 |

Zu 4. Zunächst bestimmt man die Standardabweichung des Future-Kurses:

$$\sigma_F = \frac{\text{cov}(S, F)}{\rho_{SF} \cdot \sigma_S} = \frac{0,4472}{1 \cdot \sqrt{0,5}} = 0,2000$$

Damit erhält man die varianzminimale Hedge Ratio aus:

$$h_{\text{opt}} = -\frac{\sigma_S}{\sigma_F} = -\frac{\sqrt{0,5}}{0,2000} = -3,5355$$

Es sind demnach 354 Futures zu verkaufen.