

## Lösungshinweise zum Aufgabenteil aus Kapitel 9

### Aufgabe 9.A

**Zu 1.** Nach dem Cost of Carry-Ansatz gilt auf einem vollkommenen und vollständigen Kapitalmarkt:

$$\begin{aligned}F_1 &= S_1 + S_1 \cdot i + S_1 \cdot 0,01 \\ &= 360,00 \text{ US\$/Unze} \cdot 1,10 \\ &= 396,00 \text{ US\$/Unze}\end{aligned}$$

**Zu 2.** Ein Investor verkauft ein (überwertetes) Forward-Geschäft, kauft eine Unze Gold zu 360 US\$ pro Unze und finanziert sich diesen Kauf durch eine Geldaufnahme, die in  $t = 1$  mit einer 9%igen Verzinsung zurückzuzahlen ist. Die Strategie löst in  $t = 0$  keinen Zahlungsstrom aus, wogegen der Investor in  $t = 1$  unabhängig vom tatsächlich eingetretenen Goldkurs einen positiven Zahlungsstrom in Höhe von 4 US\$ realisiert. Zur Verdeutlichung dieses möglichen Gewinns sind in der folgenden Tabelle die Zahlungsströme für drei mögliche Kursrealisationen beispielhaft aufgeführt.

**Tabelle.** Arbitrage-Strategie zur Cost of Carry; Zahlen in US\$

Strategie	Zahlungsstrom in $t = 0$	Zahlungsströme in $t = 1$ für		
		$S_1 = 340$	$S_1 = 400$	$S_1 = 420$
Verkauf Forward	0	+ 60,00	0	- 20,00
Kauf Unze Gold	- 360,00	+ 340,00	+ 400,00	+ 420,00
Lagerungskosten		- 3,60	- 3,60	- 3,60
Rücklage Lagerungskosten	- 3,30	+ 3,60	+ 3,60	+ 3,60
Geldaufnahme	+ 363,30	- 396,00	- 396,00	- 396,00
Summe	0	+ 4,00	+ 4,00	+ 4,00

### Aufgabe 9.B

**Zu 1.** Die Fälligkeit des DAX-Future-Kontraktes im Dezember 2004 fällt auf den 17.12.04. Demnach beträgt die Restlaufzeit des Future-Kontraktes 220 Tage. Man erhält:

$$F_{\text{Dez 04}} = 3.895,64 \cdot \left(1 + 0,0210 \cdot \frac{220}{360}\right) = 3.945,63$$

**Zu 2.** Der Future-Kontrakt ist unterbewertet. Diese Fehlbewertung wird mit der in der folgenden Tabelle abgetragenen Arbitrage-Strategie über den Kauf von 1,0268 DAX-Futures umgesetzt:

$$\frac{100.000 \text{ €}}{3.895,64 \cdot 25 \text{ €}} = 1,0268$$

**Tabelle.** Reverse Cash and Carry-Arbitrage mit DAX-Futures

Strategie	Wert in Indexpunkten	Multiplikator	Anzahl	Euro-Wert
Verkauf DAX	+ 3.895,64	25 €	1,0268	+ 100.001,08 €
Kauf Future	- 3.916,50	25 €	1,0268	- 100.536,56 €
Cost of Carry	+ 49,99	25 €	1,0268	+ 1.283,24 €
Summe	+ 29,13	25 €	1,0268	+ 747,77 €

Für die Cost of Carry pro Future-Kontrakt gilt:

$$CoC = 3.895,64 \cdot 0,0210 \cdot \frac{220}{360} = 49,99$$

**Zu 3.** Die Basis bestimmt sich zu:

$$\text{Basis} = 3.916,50 - 3.895,64 = 20,86$$

Der unterbewertete Future-Kontrakt hat also eine negative Value-Basis:

$$\text{Value-Basis} = \text{Basis} - \text{Carry-Basis} = -29,13$$

### Aufgabe 9.C

Der Dezember-Future-Kontrakt hat eine Restlaufzeit von 220, der September-Future-Kontrakt eine Restlaufzeit von 128 Tagen. Mithin beträgt die Differenz der Laufzeiten 92 Tage. Der Wert des Dezember-Kontraktes bestimmt sich relativ zum Wert des September-Kontraktes als:

$$\begin{aligned} F_{\text{Dez 04}} &= F_{\text{Sep 04}} + CoC_{\text{Sep 04 - Dez 04}} \\ &= 3.895,00 + \left( 3.895,00 \cdot 0,0200 \cdot \frac{92}{360} \right) \\ &= 3.914,91 \end{aligned}$$

Der Dezember-Kontrakt ist in Relation zum September-Kontrakt überbewertet. Bei einer Korrektur der Fehlbewertung wird der Dezember-Kontrakt weniger stark steigen bzw. stärker fallen als der September-Kontrakt. Spread-Positionen werden deshalb über den Kauf von September- und den Verkauf von Dezember-Futures gebildet.

### Aufgabe 9.D

Die optimale Hedge Ratio ergibt sich zu:

$$0,8 \cdot \frac{0,032}{0,040} = 0,64$$

Falls ein Heizöl-Future-Kontrakt auf 10.000 Barrel lautet, sollte das Unternehmen somit 64 Futures kaufen:

$$0,64 \cdot \frac{1.000.000}{10.000} = 64$$

**Aufgabe 9.E****Zu 1.** Es gilt:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= S_1 + S_1 \cdot i + 0,12 \text{ €Unze} \\
 &= 18 \text{ €Unze} + 18 \text{ €Unze} \cdot 0,046 + 0,12 \text{ €Unze} \\
 &= 18,948 \text{ €Unze}
 \end{aligned}$$

**Zu 2.** Die Cost of Carry-Relation basiert auf den Prämissen eines vollkommenen und vollständigen Kapitalmarktes. Dementsprechend können beispielsweise Transaktionskosten, also Gebühren und insbesondere auch Margin-Zahlungen, eine Arbitrage-Strategie verhindern. Auch Marktzutrittsbeschränkungen, Restriktionen beim Leerverkauf und eingeschränkte Lagermöglichkeiten des Basiswertes ursächlich für eine nicht umsetzbare Arbitrage-Strategie sein.

**Zu 3.** Ein Investor verkauft 100 (überwertete) Futures, kauft 100 Unzen Silber zu 1.800 € und finanziert sich diesen Kauf durch eine Geldaufnahme, die in  $t = 1$  mit einer 4,6%igen Verzinsung zurückzahlen ist. Die Strategie löst in  $t = 0$  keinen Zahlungsstrom aus, wogegen der Investor in  $t = 1$  unabhängig vom tatsächlich eingetretenen Goldkurs einen positiven Zahlungsstrom in Höhe von 5,20 € (= 0,052 € pro Unze Silber) realisiert.

**Tabelle.** Arbitrage-Strategie zur Cost of Carry; Zahlen in €

Strategie	Zahlungsstrom in $t = 0$	Zahlungsströme in $t = 1$ für		
		$S_1 = 18$	$S_1 = 19$	$S_1 = 20$
Verkauf 100 Futures	0	+ 100,00	0	- 100,00
Kauf 100 Unzen Silber	- 1.800,00	+ 1.800,00	+ 1.900,00	+ 2.000,00
Lagerungskosten		- 12,00	- 12,00	- 12,00
Rücklage Lagerungskosten	- 11,47	+ 12,00	+ 12,00	+ 12,00
Geldaufnahme	+ 1.811,47	- 1.894,80	- 1.894,80	- 1.894,80
Summe	0	+ 5,20	+ 5,20	+ 5,20

**Zu 4.** Zunächst bestimmt man die Standardabweichung des Future-Kurses:

$$\sigma_F = \frac{\text{cov}(S, F)}{\rho_{SF} \cdot \sigma_S} = \frac{0,4472}{1 \cdot \sqrt{0,5}} = 0,2000$$

Damit erhält man die varianzminimale Hedge Ratio aus:

$$h_{\text{opt}} = -\frac{\sigma_S}{\sigma_F} = -\frac{\sqrt{0,5}}{0,2000} = -3,5355$$

Es sind demnach 354 Futures zu verkaufen.