
Aufgabe zu Optionskennzahlen

(15 Minuten =
15 Punkte)

(Bayreuth, SoSe 2013, Ersttermin Risikomanagement und derivative Finanzmarktinstrumente)

- a) Betrachten Sie zunächst ausschließlich den Fall einer Kaufoption. Für das Delta und Lambda der Kaufoption gelten die folgenden Formeln:

$$\text{Delta} = \frac{\partial C}{\partial S}$$

$$\text{Lambda} = \frac{\partial C}{\partial \sigma}$$

Dabei bezeichnen C den Wert der Kaufoption, S den Kurs des Basistitels und σ die Volatilität des Basistitels.

Geben Sie an, in welche Richtung sich der Wert der Kaufoption verändert, wenn der Kurs des Basistitels (Delta) bzw. die Volatilität des Basistitels (Lambda) um eine Einheit zunehmen und begründen Sie ausführlich, warum das so ist.

- b) Stellen Sie den Verlauf des Deltas einer Kaufoption grafisch dar und begründen Sie das Verhalten des Deltas bei weit aus dem Geld liegenden Kaufoptionen und weit im Geld liegenden Kaufoptionen. Beschriften Sie die Grafik entsprechend!
- c) Gegeben ist ein Delta-neutrales (Aktien-) Optionsportfolio mit einem Portfolio-Gamma von 48,5 und einem Portfolio-Lambda von 54.400. Am Markt existieren eine weitere Kaufoption (mit einem Delta 0,6, einem Gamma 0,02 und einem Lambda in Höhe von 48) und eine Verkaufsoption (mit einem Delta - 0,4, einem Gamma 0,06 und einem Lambda in Höhe von 64).
Konstruieren Sie aus dem Delta-neutralen Portfolio mit Hilfe der Kauf- und der Verkaufsoption sowie Positionen in der Basisaktie ein Delta-Gamma-Lambda-neutrales Portfolio. Geben Sie auch in einem Antwortsatz verbal an, welche Kauf- und/oder Verkaufstransaktionen Sie konkret tätigen müssen.
- d) In Aufgabe c) haben Sie für das Delta, das Gamma sowie das Lambda des Basistitels einen bestimmten Wert festgelegt. Begründen Sie für jede einzelne Optionskennzahl, warum Sie gerade diesen Wert für den Basistitel festgesetzt haben.

Zu a)

Wenn der Kurs des Basistitels um eine Einheit steigt, nimmt der Wert der Kaufoption zu. Dies liegt daran, dass der Käufer der Kaufoption gerade dann eine Auszahlung aus der Option erhält, wenn der Kurs des Basistitels bei Fälligkeit über dem Basispreis liegt. Der Käufer hofft also auf steigende Kurse des Basistitels.

Wenn die Volatilität des Basistitels um eine Einheit steigt, nimmt der Wert der Kaufoption ebenfalls zu. Dies liegt am asymmetrischen Auszahlungsprofil der Option. Der Käufer partizipiert an stark steigenden Kursen des Basistitels, kann aber auch bei stark fallenden Kursen des Basistitels nur die Optionsprämie verlieren. Bei einer hohen Volatilität des Basistitels steigt also die Wahrscheinlichkeit für den Optionsinhaber, relativ große Gewinne bei Fälligkeit der Option zu erzielen.

Zu b)

Sehen Sie zur korrekten Skizze die Abbildung 11.2 im Buch auf Seite 293

Wenn die Option weit aus dem Geld ist, ist das Delta der Kaufoption sehr niedrig. Der Wert der Kaufoption reagiert nur schwach auf Veränderungen des Basistitels, weil die Wahrscheinlichkeit ohnehin relativ gering ist, dass die Option zur Ausübung gelangt. Wenn die Option weit im Geld ist, ist das Delta der Kaufoption nahe bei Eins. Der Wert der Kaufoption reagiert sehr stark auf Veränderungen des Basistitels (mit Reagibilität Eins), weil die Wahrscheinlichkeit sehr groß ist, dass die Option bei Fälligkeit ausgeübt wird und jede Steigerung des Basistitels um eine Einheit bei Ausübung der Option mit einer Einheit Gewinn bei der Option verbunden ist.

Zu c)

Es ist das folgende, hier in Matrixform angegebene lineare Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{pmatrix} 0,6 & -0,4 & 1 \\ 0,02 & 0,06 & 0 \\ 48 & 64 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -48,5 \\ -54.400 \end{pmatrix}$$

Als Lösung folgt:

$$X_1 = 100, X_2 = 775, X_3 = 250$$

Es müssen also 100 Kaufoptionen verkauft, 775 Verkaufsoptionen verkauft sowie 250 Basistitel verkauft werden.

Zu d)

Das Delta des Basistitels ist (konstant) 1, weil der Aktienkurs eine lineare Funktion mit Steigung 1 von sich selbst ist. Das Gamma ist Null, weil die zweite Ableitung einer linearen Funktion stets Null ist (die Funktion ist linear und damit weder konvex noch konkav). Das Lambda ist Null, weil der Wert des Basistitels keine Funktion seiner Volatilität ist.