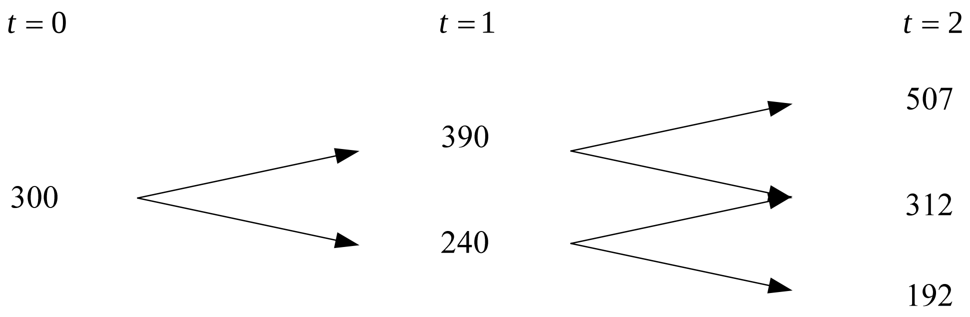
Lösungshinweise zum Aufgabenteil aus Kapitel 11

Aufgabe 11.A

Zu 1. Der Kursverlauf ist nachfolgend abgetragen.



Die Optionswerte berechnet man schrittweise zu: C_{uu} = 197, C_{ud} = 2, C_{dd} = 0, C_u = 108,18, C_d = 1,09, C = 59,41.

Zu 2. Der Delta-Wert der ersten Periode lautet 0,7139. Die Hedge-Strategie ist in der folgenden Tabelle abgebildet:

Tabelle. Delta-Hedging

Strategie	Zahlungsstrom in t = 0	Zahlungsstrom in t = 1	
		$d·S$ = 240	$u·S$ = 390
Kauf Call	– 59,41	+ 1,09	+ 108,18
Verkauf 0,7139 Aktien	+ 214,17	–171,34	–278,42
Geldanlage	– 154,76	+ 170,24	+ 170,24
Summe	0	= 0	= 0

Zu 3. Die beiden Delta-Werte für die zweite Periode berechnen sich wie folgt:

$$\Delta_u^C = \frac{C_{uu}^E - C_{ud}^E}{(u-d)\cdot u \cdot S} = 1$$

$$\Delta_d = \frac{C_{ud}^E - C_{dd}^E}{(u-d)\cdot d \cdot S} = \frac{2-0}{(1{,}3-0{,}8)\cdot 240} = 0{,}0167$$

Die Hedge-Strategien sind in den folgenden Tabellen abgetragen:

Tabelle. Delta-Hedging für $u{\cdot}S$ in t = 1

Strategie	Zahlungsstrom in t = 1	Zahlungsstrom in t = 2 $d{\cdot}u{\cdot}S$ = 312	$u{\cdot}u{\cdot}S$ = 507
Kauf Call	– 108,18	+ 2	+ 197
Verkauf eine Aktie	+ 390,00	– 312	– 507
Geldanlage	– 281,82	+ 310	+ 310
Summe	= 0	= 0	= 0

Tabelle. Delta-Hedging für $d{\cdot}S$ in t = 1

Strategie	Zahlungsstrom in t = 1	Zahlungsstrom in t = 2 $d{\cdot}d{\cdot}S$ = 192	$d{\cdot}u{\cdot}S$ = 312
Kauf Call	– 1,09	0	+ 2,00
Verkauf 0,0167 Aktien	+ 4,01	– 3,21	– 5,21
Geldanlage	– 2,92	+ 3,21	+ 3,21
Summe	= 0	= 0	= 0

Aufgabe 11.B

Zu 1. Mit der Put-Call-Parität folgt sofort:

$$\Delta^P = \frac{\partial P^E}{\partial S} = \frac{\partial\left(C^E - S + K \cdot r^{-T}\right)}{\partial S} = \frac{\partial C^E}{\partial S} - \frac{\partial S}{\partial S} + \frac{\partial\left(K \cdot r^{-T}\right)}{\partial S} = N\left(d_1\right) - 1$$

Zu 2. Analog zeigt man unmittelbar die Identität des Gamma für europäische Kauf- und Verkaufsoptionen:

$$\Gamma^P = \frac{\partial^2 P^E}{\partial S^2} = \frac{\partial^2 C^E}{\partial S^2} - \frac{\partial^2 S}{\partial S^2} + \frac{\partial^2\left(K \cdot r^{-T}\right)}{\partial S^2} = \frac{\partial^2 C^E}{\partial S^2} = \Gamma^C$$

Aufgabe 11.C

Es sind 35,2941 (also 35 oder 36) Puts zu verkaufen.

Aufgabe 11.D

Das um Verkaufspositionen in 600 Optionen und Kaufpositionen in 420 Aktien ergänzte Portfolio ist Delta-Lambda-neutral. Das Portfolio-Gamma beträgt -3.

Aufgabe 11.E

Die Lösung des folgenden Gleichungssystems ergibt x = 750 und y = –3.150:

$$\text{Gamma-Neutralität:}\quad 15+0,001\cdot x+0,005\cdot y=0$$

$$\text{Lambda-Neutralität:}\quad 45.000+45\cdot x+25\cdot y=0$$

$$\text{Gamma-Neutralität:}\quad x=-15.000-5\cdot y$$

$$\text{Lambda-Neutralität:}\quad 45.000+45\cdot\left(-15.000-5\cdot y\right)+25\cdot y=0$$

$$\text{Gamma-Neutralität:}\quad x=-15.000-5\cdot y$$

$$\text{Lambda-Neutralität:}\quad -630.000-200\cdot y=0$$

$$\text{Gamma-Neutralität:}\quad x=-15.000-5\cdot y$$

$$\text{Lambda-Neutralität:}\quad -630.000-200\cdot y=0$$

Damit bestimmt sich das (neue) Portfolio-Delta zu:

$$750\cdot 0,7-3.150\cdot 0,5=-1.050$$

Das Portfolio kann also durch den Kauf von 750 Optionen C_1, den Verkauf von 3.150 Optionen C_2 und schließlich den Kauf von 1.050 Aktien Delta-Gamma-Lambda-neutral gehalten werden.

Aufgabe 11.F

Das Delta berechnet sich zu 1.150, das Gamma zu –0,5:

$$\text{Delta:}\quad 2.000\cdot 0,7-500\cdot 0,5+1.000\cdot\left(-0,6\right)-1.500\cdot\left(-0,4\right)=1.150$$

$$\text{Gamma:}\quad 2.000\cdot 0,0010-500\cdot 0,0025+1.000\cdot 0,0040-1.500\cdot 0,0035=-0,5$$

Aufgabe 11.G

Der Optionsschein ist aus dem Geld, d.h. der innere Wert beträgt null. Der Zeitwert entspricht demnach der Optionsprämie 3,30 €. Das Aufgeld berechnet sich zu 32,91%, der Hebel ist gleich 14,74.